

Jan Rusinek

ZADANIA ZALEŻNE OD PARAMETRÓW - III

[**słowa kluczowe:** TeX, badania operacyjne, algorytm losowania, informatyzacja procesu dydaktycznego]

Streszczenie

W pracy prezentowane są oryginalne przykłady automatycznego sposobu tworzenia wielu wersji zadań o podobnej treści różniących się parametrami liczbowymi. Parametry te są losowane w celu wybrania spośród otrzymanych w ten sposób przykładów najbardziej przydatnych do celów dydaktycznych.

1. Wstęp

W poprzedniej części artykułu omawiane były metody pozwalające tworzyć różne wersje zadań z przedmiotów różniących się parametrami liczbowymi. Były to zadania służące przede wszystkim do celów egzaminacyjnych, dlatego pojawiała się tylko treść zadania oraz ewentualnie sama właściwa odpowiedź. W tym artykule omówione zostaną takie zadania, w których będą się ukazywać wszystkie fazy rozwiązania, mogące dzięki temu służyć do celów dydaktycznych. Wybór właściwych danych liczbowych do zadań wykorzystywanych potem w celach dydaktycznych nie zawsze jest rzeczą prostą. Zadania wykorzystywane w dydaktyce powinny dobrze ilustrować różne sytuacje i jednocześnie nie być zbyt żmudne rachunkowo. O tym, czy będzie ono żmudne rachunkowo często przekonujemy się dopiero wtedy, gdy dobrniemy z rozwiązaniem do samego końca. Wydaje się, że w dzisiejszych czasach możemy wspomóc się komputerem i wykorzystać gotowe programy, które będą za nas wyliczały kolejne kroki. Jednak programy te (np. arkusz kalkulacyjny) mają w wypadku wielu sytuacji podstawową wadę: kolejne wyniki zapamiętują w postaci **przybliżonych ułamków dziesiętnych**. Jest to szczególnie wadliwe, gdy funkcje występujące w modelu są funkcjami liniowymi. Wówczas, jeśli dane początkowe są wymierne (np. całkowite), to wszystkie kolejne wyniki obliczeń też powinny być wymierne i z dydaktycznego punktu byłoby znacznie

lepiej, gdyby były nie przybliżane, ale przez cały czas zapisywane w postaci ułamków.

Zagadnieniem z założenia opisywanym przez funkcje liniowe jest zagadnienie **programowania liniowego**. Oczywiście do zastosowań praktycznych użycie jakiegoś gotowego programu komputerowego - np. dodatku "solver" w arkuszu kalkulacyjnym jest najlepszym rozwiązaniem. Natomiast do celów dydaktycznych, w celu ilustracji **metody sympleks** powinno się zdaniem autora dobrać w miarę proste dane początkowe w taki sposób, aby i liczby (czyli ułamki) pojawiające się w kolejnych tablicach sympleksowych nie były zbyt zawile (tzn. aby mianowniki ułamków były stosunkowo małe).

W pracy zaprezentowany jest pewien pomysł pozwalający wyłowić najwartościowsze pod względem dydaktycznym przykłady programowania liniowego dla dwóch zmiennych niezależnych i dwóch warunkach ograniczających przy zadaniu na maksimum.

2. Opis metody

Proponowana metoda składa się z 4 kroków.

1. Stworzenie w TeX-u pewnych pakietów wykonujących działania algebraiczne na ułamkach, porównywanie ułamków, wybieranie największego (najmniejszego) i skracanie ich. Opiera się ona na algorytmie Euklidesa zaadaptowanym do TeX-a.

2. Stworzenie programu składającego się z algorytmów metody sympleks tzn. a) sprawdzaniu, czy tablica daje już rozwiązanie optymalne; b) sprawdzania kryterium wejścia; c) sprawdzania kryterium wyjścia i d) ewentualnego przejścia do nowej tablicy sympleksowej.

3. Stworzenie makra zależnego od 8 parametrów liczbowych a mianowicie: dwóch współczynników funkcji celu i po trzech współczynników każdego z dwóch ograniczeń. Makro to zapisuje kolejne tablice sympleksowe w eleganckiej graficznie postaci razem z odpowiednimi informacjami (np. jaka zmienna wchodzi do bazy, jaka wychodzi z bazy).

4. Stworzenie kolejnego makra, które losuje początkowe dane do makra poprzedniego z pewnych wybranych przedziałów.

Po zastosowaniu całej procedury odpowiednią ilość razy otrzymujemy pełne rozwiązania zadań dla wielu danych początkowych. Pozostaje tylko wybrać z nich te, które spełniają żądane warunki.

W następnych rozdziałach podane są opisywane powyżej algorytmy, a w ostatnim wybrane przykłady wyłowione z zastosowanej procedury.

3. Makro do działań na ułamkach w TeX-u

Podane są tu główne algorytmy potrzebne do działań algebraicznych na ułamkach. Dla oszczędności miejsca we wszystkich makrach opuszczono deklaracje zmiennych. Najważniejsze polecenia pochodzą z [1] i [2].

```
%sprawdzenie czy #1 dzieli sie przez #2
\def\sprd#1#2{%
\xxb=#2\xxc=#2\divide\xxb by#1\multiply\xxb by#1%
\ifthenelse{\xxb=\xxc}{\spj=1}{\spj=0}}

\def\n#1mod#2m{\aa=#1\bb=#2%
\nmodm=\aa\divide\nmodm\bb%
\multiply\nmodm\bb\advance\aa-\nmodm%
\nmodm=\aa}

%algorytm Euklidesa
\def\eucl#1#2{\aa=#1\bb=#2%
\whiledo{\bb>0}{\n\aa mod\bb m{\aa=\bb%
\bb=\nmodm}\nwd=\aa}

\def\pizsulamek{\ifnum\mianownik=1
\mbox{\$\the\licznik$}\else
\mbox{\$\frac{\the\licznik}{\the\mianownik}$}\fi}

%Skraca ulamki
\def\skroc#1#2{\eucl{#1}{#2}%
\licz=#1\mian=#2\divide\licz\nwd%
\divide\mian\nwd}

\def\wybierzznak#1#2{\ifthenelse{#1>0\and#2>0}{\skroc{#1}{#2}}{%
\ifthenelse{#1>0\and#2<0}{\skroc{#1}{-#2}\multiply\licz by-1}{%
\ifthenelse{#1<0\and#2>0}{\skroc{-#1}{#2}\multiply\licz by-1}{%
\ifthenelse{#1<0\and#2<0}{\skroc{-#1}{-#2}}}{}}%

\def\pizsulamekskr#1#2{%
\ifthenelse{#1=0}{0}{%
\def\znak{}%
\ifthenelse{#1>0\and#2>0}{\skroc{#1}{#2}%
\def\znak{}}{%
\ifthenelse{#1>0\and#2<0}{\skroc{#1}{-#2}\def\znak{-}}{%
\ifthenelse{#1<0\and#2>0}{\skroc{-#1}{#2}\def\znak{-}}{%
\ifthenelse{#1>0\and#2>0}{\skroc{#1}{#2}\def\znak{}}{%
\ifthenelse{\mian=1}{\znak\the\licz}%
{\znak\frac{\the\licz}{\the\mian}}}}}%

%makro dodajace ulamki
```

```

%#1  #3
%-- + --
%#2  #4
\def\dodul#1#2#3#4{\xxb=#2\multiply\xxb by#4%
\xxa=#1\multiply\xxa by#4\xc=#3\multiply\xc by#2%
\advance\xxa by\xc\pizsulamekskr{\xxa}{\xxb}}

%dodaje ulamki nie pizzac wyniku
\def\dodulbezp#1#2#3#4{\xxb=#2\multiply\xxb by#4%
\xxa=#1\multiply\xxa by#4\xc=#3\multiply\xc by#2%
\advance\xxa by\xc\licz=\xxa\mian=\xxb%
\wybierzznak{\xxa}{\xxb}}

%mnozy ulamki
%#1  #3
%-- * --
%#2  #4
\def\mnozul#1#2#3#4{\xxa=#1
\multiply\xxa by#3%
\xxb=#2\multiply\xxb by#4%
\pizsulamekskr{\xxa}{\xxb}}

%mnozy ulamki nie pizzac wyniku
\def\mnozulbezp#1#2#3#4{\xxa=#1\multiply\xxa by#3%
\xxb=#2\multiply\xxb by#4%
\licz=\xxa\mian=\xxb\wybierzznak{\xxa}{\xxb}}

%dzieli ulamki
%#1  #3
%-- : --
%#2  #4
\def\dzielul#1#2#3#4{\mnozul{#1}{#2}{#4}{#3}}

%dzieli ulamki nie pizzac wyniku
\def\dzielulbezp#1#2#3#4{\mnozulbezp{#1}{#2}{#4}{#3}}

%iloczyn skalarny (#1/#2,#3/#4) * (#5/#6,#7/#8)
\def\il#1#2#3#4#5#6#7#8{%
\jba=#1{\jbb=#2{\dba=#5{\dbb=#6}{%
\mnozulbezp{#1}{#2}{#5}{#6}}(1)
\jba=\licz{\jbb=\mian}{%
\mnozulbezp{#3}{#4}{#7}{#8}}(2)
\dba=\licz{\dbb=\mian%
\dodulbezp{\jba}{\jbb}{\dba}{\dbb}}

```

```
%porównanie ułamków
\def\cowieul#1#2#3#4{\ifnum#2>0
\taa=#1\tab=#2\else\taa=-#1\tab=-#2\fi
\ifnum#4>0
\tba=#3\tbb=#4\else\tba=-#3\tbb=-#4\fi
\multiply\taa by\tbb\multiply\tba by\tab%
\ifnum\taa=\tba{\cow=0\else%rowne
\ifnum\taa>\tba{\cow=1%pierwszy większy
\else\cow=2\fi\fi}

\def\cowieulpisz#1#2#3#4{
\cowieul{#1}{#2}{#3}{#4}
\ifnum\cow=0\def\znaczek{=}\else
\ifnum\cow=1\def\znaczek{>}\else
\def\znaczek{<}\fi\fi
$\pizzulamekskr{#1}{#2}\znaczek \pizzulamekskr{#3}{#4}$}
```

4. Makra z punktów 2-4

Zmienne są liczbami całkowitymi z przedziału [2;9] i zostało wylosowanych 500 zestawów.

```
%Funkcja celu
\def\fcel#1#2#3#4{\cjl=#1{\cjm=#2\cdl=#3\cdm=#4}

%Ograniczenia
\def\ograj#1#2#3#4#5#6{
\ajjl=#1{\ajjm=#2{\ajdl=#3{\ajdm=#4{\bjl=#5{\bjm=#6}

\def\ograd#1#2#3#4#5#6{
\ajjl=#1{\ajjm=#2{\addl=#3{\addm=#4{\bdl=#5{\bdl=#6}

\def\makszcz#1#2#3#4#5#6#7#8{\maxl=#1\maxm=#2\gdziemax=1
\cowieul{#3}{#4}{\maxl}{\maxm}\relax
\ifnum\cow=1\gdziemax=2\maxl=#3{\maxm=#4\else\fi}\relax
\cowieul{#5}{#6}{\maxl}{\maxm}\relax
\ifnum\cow=1\gdziemax=3\maxl=#5{\maxm=#6\else\fi}\relax
\cowieul{#7}{#8}{\maxl}{\maxm}\relax
\ifnum\cow=1\gdziemax=4\maxl=#7{\maxm=#8\else\fi}
}
\let\pu=\pizzulamekskr
\sjll=1\sjjm=1\sdjl=0\sdjm=1\sjdl=0\sjdm=1\sddl=1\sddm=1

\def\policz{\advance\poll1
\il{\ujl}{\ujm}{\udl}{\udm}{\ajjl}{\ajjm}{\adjl}{\adjm}\relax
```

```

\zjl=\licz\zjm=\mian\relax
\il{\ujl}{\ujm}{\udl}{\udm}{\ajdl}{\ajdm}{\addl}{\addm}\relax
\zdl=\licz\zdm=\mian\relax
\il{\ujl}{\ujm}{\udl}{\udm}{\sjdl}{\sjdm}{\sdjl}{\sdjm}\relax
\ztl=\licz\ztm=\mian\relax
\il{\ujl}{\ujm}{\udl}{\udm}{\sjdl}{\sjdm}{\sddl}{\sddm}\relax
\zcl=\licz\zcm=\mian\relax
\dodulbezp{\cjl}{\cjm}{-\zjl}{\zjm}\relax
\cjzjl=\licz\cjzjm=\mian\relax
\dodulbezp{\cdl}{\cdm}{-\zdl}{\zdm}\relax
\cdzdl=\licz\cdzdm=\mian\relax
\dodulbezp{0}{1}{-\ztl}{\ztm}\relax
\ctztl=\licz\ctztm=\mian\relax
\dodulbezp{0}{1}{-\zcl}{\zcm}\relax
\cczcl=\licz\cczcm=\mian\relax

\renewcommand*{\arraystretch}{1.6}
\def\pokazd{$
\begin{array}{|c|c|rrrr|c|}
\hline
\multicolumn{2}{|c|}{c_j}&\pu{\cjl}{\cjm}&\pu{\cdl}{\cdm}&0&0&\
\hline
c_B&\mbox{bazowe}&x_1&x_2&s_1&s_2&b_i\
\hline
\pu{\ujl}{\ujm}&\bazj&\pu{\ajjl}{\ajjm}&\pu{\ajdl}{\ajdm}&
\pu{\sjjl}{\sjjm}&\pu{\sjdl}{\sjdm}&\pu{\bjl}{\bjm}\
\pu{\udl}{\udm}&\bazd&\pu{\adjl}{\adjm}&\pu{\addl}{\addm}&
\pu{\sdjl}{\sdjm}&\pu{\sddl}{\sddm}&\pu{\bdl}{\bdm}\
\hline
\multicolumn{2}{|c|}{z_j}&\pu{\zjl}{\zjm}&\pu{\zdl}{\zdm}
&\pu{\ztl}{\ztm}&\pu{\zcl}{\zcm}&\
\hline
\multicolumn{2}{|c|}{c_j-z_j}&\pu{\cjzjl}{\cjzjm}&
\pu{\cdzdl}{\cdzdm}&\pu{\ctztl}{\ctztm}&
\pu{\cczcl}{\cczcm}&\ \hline
\end{array}$}

\def\kryter{\relax
\maksz{\cjzjl}{\cjzjm}{\cdzdl}{\cdzdm}{\ctztl}{\ctztm}
{\cczcl}{\cczcm}\relax
\ifnum\maxl=0 Rozwiązanie jest optymalne.
$\bazj =\pu{\bjl}{\bjm}$, $\bazd=\pu{\bdl}{\bdm}$.
Pozostałe zmienne są równe~$0$.
\mnozulbezp{\ujl}{1}{\bjl}{\bjm}
\jba=\licz\jbb=\mian

```

Zadania zależne od parametrów – III

```

\mnozulbezp{\udl}{1}{\bdl}{\bdl}
\dodulbezp{\jba}{\jbb}{\licz}{\mian} $f=\pu{\licz}{\mian}$.
\else
\ifnum\gdziemax=1 Do bazy wchodzi $x_1$. \else\fi\relax
\ifnum\gdziemax=2 Do bazy wchodzi $x_2$. \else\fi\relax
\ifnum\gdziemax=3 Do bazy wchodzi $s_1$. \else\fi\relax
\ifnum\gdziemax=4 Do bazy wchodzi $s_2$. \else\fi\relax
\sprawdzj\zmiana\policz\par\pokazd\par \kryter\fi}

\def\sprawdzj{\relax
\ifnum\gdziemax=1\sprawdz{\ajjl}{\ajjm}{\adjl}{\adjm}\relax
\ifnum>wiersz=1\def\bazj{x_1}\ujl=\cjl\else\def\bazd{x_1}
\udl=\cjl\fi\else\fi\relax
\ifnum\gdziemax=2\sprawdz{\ajdl}{\ajdm}{\addl}{\addm}\relax
\ifnum>wiersz=1\def\bazj{x_2}\ujl=\cdl\else\def\bazd{x_2}
\udl=\cdl\fi\else\fi\relax
\ifnum\gdziemax=3\sprawdz{\sjjl}{\sjjm}{\sdjl}{\sdjm}\relax
\ifnum>wiersz=1\def\bazj{s_1}\ujl=0\else\def\bazd{s_1}
\udl=0\fi\else\fi\relax
\ifnum\gdziemax=4\sprawdz{\sjdl}{\sjdm}{\sddl}{\sddm}\relax
\ifnum>wiersz=1\def\bazj{s_2}\ujl=0\else\def\bazd{s_2}
\udl=0\fi\else\fi\relax}

\def\sprawdz#1#2#3#4{\jba=10000\jbb=1\dba=10000\dbb=1\relax
\xxa=#1\multiply\xxa#2
\ifnum\xxa>0\dzielulbezp{\bjl}{\bjm}{#1}{#2}\relax
\jba=\licz\jbb=\mian\else\fi\relax
\xxa=#3\multiply\xxa#4\relax
\ifnum\xxa>0\dzielulbezp{\bdl}{\bdl}{#3}{#4}\relax
\dba=\licz\dbb=\mian\else\fi\relax
\cowieul{\jba}{\jbb}{\dba}{\dbb}\relax
\ifnum\cow=1 \wiersz=2\cowych=\dbaz Z bazy wychodzi $\bazd$.\\
\else
\wiersz=1\cowych=\dbaz Z bazy wychodzi $\bazj$.\\ \fi\relax}

\def\zmiana{\ifnum>wiersz=1\zmianaj\else\zmianad\fi}

\def\zmianaj{\uba=1\ubb=1\jba=0\jbb=1
\ifthenelse{\gdziemax=1}{\uba=\ajjl\ubb=\ajjm
\dzielulbezp{\adjl}{\adjm}{\ajjl}{\ajjm}
\jba=\licz\jbb=\mian}{\} %cos =jba/jbb
\ifthenelse{\gdziemax=2}{\uba=\ajdl\ubb=\ajdm
\dzielulbezp{\addl}{\addm}{\ajdl}{\ajdm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{\} %cos =jba/jbb
\ifthenelse{\gdziemax=3}{\uba=\sjjl\ubb=\sjjm

```

```

\dzielulbezp{\sdjl}{\sdjm}{\sjjl}{\sjjm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{ %cos =jba/jbb
\ifthenelse{\gdziemax=4}{\uba=\sjdl\ubb=\sjdm
\dzielulbezp{\sddl}{\sddm}{\sjdl}{\sjdm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{ %cos =jba/jbb
$w'_2=w_2-\left(\pu{\jba}{\jbb}\cdot w_1\right)$. \relax
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\ajjl}{\ajjm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\ajdl}{\ajdm}{-\dba}{\dbb}%
\ajdl=\licz\ajdm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\ajdl}{\ajdm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\addl}{\addm}{-\dba}{\dbb}%
\addl=\licz\addm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\sjjl}{\sjjm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\sdjl}{\sdjm}{-\dba}{\dbb}%
\sdjl=\licz\sdjm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\sjdl}{\sjdm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\sddl}{\sddm}{-\dba}{\dbb}%
\sddl=\licz\sddm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\bjl}{\bjm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\bdl}{\bdm}{-\dba}{\dbb}%
\bdl=\licz\bdm=\mian%
%
%I wiersz:
\dba=\uba\dbb=\ubb%
\dzielulbezp{1}{1}{\dba}{\dbb}%
$w'_1=\pu{\licz}{\mian}\cdot w_1$. %
\dzielulbezp{\ajjl}{\ajjm}{\dba}{\dbb}%
\ajjl=\licz\ajjm=\mian%
\dzielulbezp{\ajdl}{\ajdm}{\dba}{\dbb}%\pu{\licz}{\mian}
\ajdl=\licz\ajdm=\mian%
\dzielulbezp{\sjjl}{\sjjm}{\dba}{\dbb}%\pu{\licz}{\mian}%
\sjjl=\licz\sjjm=\mian%
\dzielulbezp{\sjdl}{\sjdm}{\dba}{\dbb}%\pu{\licz}{\mian}%
\sjdl=\licz\sjdm=\mian%
%
\dzielulbezp{\bjl}{\bjm}{\dba}{\dbb}%\pu{\licz}{\mian}%
\bjl=\licz\bjm=\mian}

\def\zmianad{\uba=1\ubb=1\jba=0\jbb=1
\ifthenelse{\gdziemax=1}{\uba=\ajdl\ubb=\ajdm

```


Zadania zależne od parametrów – III

```

\dzielulbezp{\ajjl}{\ajjm}{\adjl}{\adjm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{ } %cos =jba/jbb
\ifthenelse{\gdziemax=2}{\uba=\addl\ubb=\addm
\dzielulbezp{\ajdl}{\ajdm}{\addl}{\addm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{ } %cos =jba/jbb
\ifthenelse{\gdziemax=3}{\uba=\sdjl\ubb=\sdjm
\dzielulbezp{\sjjl}{\sjjm}{\sdjl}{\sdjm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{ } %cos =jba/jbb
\ifthenelse{\gdziemax=4}{\uba=\sddl\ubb=\sddm
\dzielulbezp{\sjdl}{\sjdm}{\sddl}{\sddm}%
\jba=\licz\jbb=\mian}{ } %cos =jba/jbb
%I wiersz
$\w'_1=w_1-\left(\pu{\jba}{\jbb}\cdot w_2\right)$. \relax
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\adjl}{\adjm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\ajjl}{\ajjm}{-\dba}{\dbb}%
\ajjl=\licz\ajjm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\addl}{\addm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\ajdl}{\ajdm}{-\dba}{\dbb}%
\ajdl=\licz\ajdm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\sdjl}{\sdjm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\sjjl}{\sjjm}{-\dba}{\dbb}%
\sjjl=\licz\sjjm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\sddl}{\sddm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\sjdl}{\sjdm}{-\dba}{\dbb}%
\sjdl=\licz\sjdm=\mian%
\mnozulbezp{\jba}{\jbb}{\bdl}{\bdlm}%
\dba=\licz\dbb=\mian%
\dodulbezp{\bjl}{\bjm}{-\dba}{\dbb}%
\bjl=\licz\bjm=\mian%
%
%II wiersz:
\dba=\uba\dbb=\ubb%
\dzielulbezp{1}{1}{\dba}{\dbb}%
$\w'_2=\pu{\licz}{\mian}\cdot w_2$. %
\dzielulbezp{\adjl}{\adjm}{\dba}{\dbb}%
\adjl=\licz\adjm=\mian%
\dzielulbezp{\addl}{\addm}{\dba}{\dbb}\pu{\licz}{\mian}
\addl=\licz\addm=\mian%
\dzielulbezp{\sdjl}{\sdjm}{\dba}{\dbb}\pu{\licz}{\mian}%
\sdjl=\licz\sdjm=\mian%
\dzielulbezp{\sddl}{\sddm}{\dba}{\dbb}\pu{\licz}{\mian}%

```

```

\sddl=\licz\sddm=\mian%
\dzielulbezp{\bdl}{\bdm}{\dba}{\dbb}%\pu{\licz}{\mian}%
\bdl=\licz\bdm=\mian}

\def\nowezad#1#2{\% \newpage
\setranum{\jba}{#1}{#2}\setranum{\jbb}{#1}{#2}
\fcel{\jba}{1}{\jbb}{1}
\setranum{\jba}{#1}{#2}\setranum{\jbb}{#1}{#2}
\setranum{\dba}{#1}{#2}
\ograj{\jba}{1}{\jbb}{1}{\dba}{1}
\setranum{\jba}{#1}{#2}\setranum{\jbb}{#1}{#2}
\setranum{\dba}{#1}{#2}
\ograd{\jba}{1}{\jbb}{1}{\dba}{1}
\sjjl=1\sjjm=1\sddl=0\sddm=1\sjdl=0
\sjdm=1\sddl=1\sddm=1
\def\bazj{s_1}\pbaz=3\def\bazd{s_2}\dbaz=4
\ujl=0\udl=0\ujm=1\udm=1
FUNKCJA CELU:\\
$f=\pu{\cjl}{\cjm}x_1+\pu{\cdl}{\cdm} x_2$.
OGRANICZENIA:\\
$\pu{\ajjl}{\ajjm} x_1 +\pu{\ajdl}{\ajdm} x_2 \leq \pu{\bjl}{\bjm}$\\
$\pu{\adjl}{\adjm} x_1 +\pu{\addl}{\addm} x_2 \leq \pu{\bdl}{\bdm}$\\
$x_1\geq 0$, $x_2\geq 0$.
\policz\pokazd\kryter}

\whiledo{\ile<500}{\poll=0\advance\ile1
\newpage
\begin{multicols}{2}
\columnseprule0.4pt
{\bf ZADANIE}\nowezad{2}{9}
\ifnum\poll=4\immediate\write3{\the\count0,}\else\fi
\end{multicols}}

```

5. Przykładowe zestawy

Pokażemy trzy wybrane przykłady, w których potrzebne było odpowiednio zastosowanie jednokrotne, dwukrotne i trzykrotne algorytmu sympleks.

Zadania zależne od parametrów – III

ZADANIE

FUNKCJA CELU:

$$f = 4x_1 + 5x_2.$$

OGRANICZENIA:

$$7x_1 + 3x_2 \leq 9$$

$$6x_1 + 6x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

c_j		4	5	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	7	3	1	0	9
0	s_2	6	6	0	1	8
z_j		0	0	0	0	
$c_j - z_j$		4	5	0	0	

Do bazy wchodzi x_2 . Z bazy wychodzi s_2 .

$$w'_1 = w_1 - \left(\frac{1}{2} \cdot w_2\right), w'_2 = \frac{1}{6} \cdot w_2.$$

c_j		4	5	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	4	0	1	$-\frac{1}{2}$	5
5	x_2	1	1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{3}$
z_j		5	5	0	$\frac{5}{6}$	
$c_j - z_j$		-1	0	0	$-\frac{5}{6}$	

Rozwiązanie jest optymalne. $s_1 = 5, x_2 = \frac{4}{3}$.
Pozostałe zmienne są równe 0. $f = \frac{20}{3}$.

ZADANIE

FUNKCJA CELU:

$$f = 3x_1 + 4x_2.$$

OGRANICZENIA:

$$6x_1 + 2x_2 \leq 7$$

$$4x_1 + 8x_2 \leq 9$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

c_j		3	4	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	6	2	1	0	7
0	s_2	4	8	0	1	9
z_j		0	0	0	0	
$c_j - z_j$		3	4	0	0	

c_j		3	4	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	5	0	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{19}{4}$
4	x_2	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{9}{8}$
z_j		2	4	0	$\frac{1}{2}$	
$c_j - z_j$		1	0	0	$-\frac{1}{2}$	

Do bazy wchodzi x_1 . Z bazy wychodzi s_1 .

$$w'_2 = w_2 - \left(\frac{1}{10} \cdot w_1\right), w'_1 = \frac{1}{5} \cdot w_1.$$

c_j		3	4	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
3	x_1	1	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{20}$	$\frac{19}{20}$
4	x_2	0	1	$-\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{13}{20}$
z_j		3	4	$\frac{1}{5}$	$\frac{9}{20}$	
$c_j - z_j$		0	0	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{9}{20}$	

Rozwiązanie jest optymalne. $x_1 = \frac{19}{20}, x_2 = \frac{13}{20}$.
Pozostałe zmienne są równe 0. $f = \frac{109}{20}$.

ZADANIE

FUNKCJA CELU:

$$f = 5x_1 + 6x_2.$$

OGRANICZENIA:

$$3x_1 + 9x_2 \leq 3$$

$$4x_1 + 7x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

c_j		5	6	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	3	9	1	0	3
0	s_2	4	7	0	1	3
z_j		0	0	0	0	
$c_j - z_j$		5	6	0	0	

Do bazy wchodzi x_2 . Z bazy wychodzi s_1 .

$$w'_2 = w_2 - \left(\frac{7}{9} \cdot w_1\right). w'_1 = \frac{1}{9} \cdot w_1.$$

c_j		5	6	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
6	x_2	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{1}{9}$	0	$\frac{1}{3}$
0	s_2	$\frac{5}{3}$	0	$-\frac{7}{9}$	1	$\frac{2}{3}$
z_j		2	6	$\frac{2}{3}$	0	
$c_j - z_j$		3	0	$-\frac{2}{3}$	0	

Do bazy wchodzi x_1 . Z bazy wychodzi s_2 .

$$w'_1 = w_1 - \left(\frac{1}{5} \cdot w_2\right). w'_2 = \frac{3}{5} \cdot w_2.$$

c_j		5	6	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
6	x_2	0	1	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
5	x_1	1	0	$-\frac{7}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
z_j		5	6	$-\frac{11}{15}$	$\frac{9}{5}$	
$c_j - z_j$		0	0	$\frac{11}{15}$	$-\frac{9}{5}$	

Do bazy wchodzi s_1 . Z bazy wychodzi x_2 .

$$w'_2 = w_2 - \left(-\frac{7}{4} \cdot w_1\right). w'_1 = \frac{15}{4} \cdot w_1.$$

c_j		5	6	0	0	
c_B	bazowe	x_1	x_2	s_1	s_2	b_i
0	s_1	0	$\frac{15}{4}$	1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
5	x_1	1	$\frac{7}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
z_j		5	$\frac{35}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	
$c_j - z_j$		0	$-\frac{11}{4}$	0	$-\frac{5}{4}$	

Rozwiązanie jest optymalne. $s_1 = \frac{3}{4}$, $x_1 = \frac{3}{4}$.
Pozostałe zmienne są równe 0. $f = \frac{15}{4}$.

Bibliografia

- 1 Carlisle D. (1994), *The ifthen package*
<http://texdoc.net/texmf-dist/doc/latex/base/ifthen.pdf>
- 2 Knuth D. E. (2005); *TeX Przewodnik użytkownika*, WNT
- 3 Nykowski I. (2003); *Elementy optymalizacji liniowej*, Oficyna Wydawnicza WSM SIG Warszawa
- 4 Rusinek J. (2007); *Algorytm permutowania w TeX-u zastosowany do informatyzacji procesu egzaminacyjnego*, „Rocznik Naukowy Wydziału Zarządzania w Ciechanowie”, 1-4 (I), (153–174)
- 5 Rusinek J. (2009); *Testy egzaminacyjne z matematyki*, „Rocznik Naukowy Wydziału Zarządzania w Ciechanowie”, 3-4 (III), (101–111)
- 6 Rusinek J. (2015); *Zadania zależne od parametrów*, „Rocznik Naukowy Wydziału Zarządzania w Ciechanowie”, 1-4 (IX), (145–161)