

## PRZEGLĄD PIŚMIENNICTWA

**Leszek Sidz**

### RECENZJA KSIĄŻKI JANA RUSINKA „MATEMATYKA DLA STUDENTÓW ZARZĄDZANIA”

#### **Streszczenie**

W pracy przedstawiono recenzję podręcznika z zakresu matematyki wyższej, przeznaczonego dla studentów zarządzania.

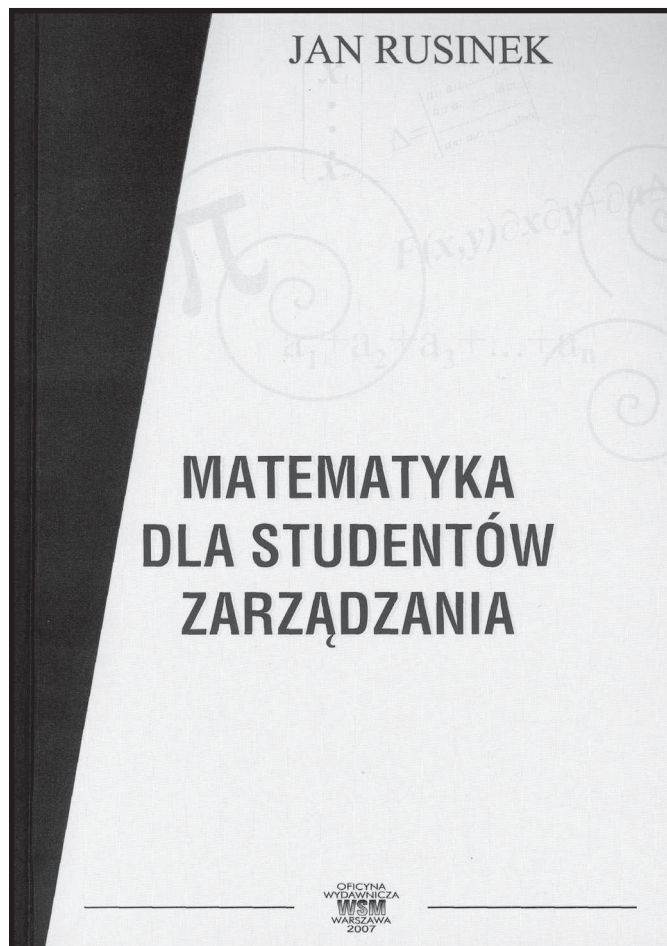
\* \* \*

Dr hab. Jan Rusinek jest profesorem Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego oraz Wyższej Szkoły Menedżerskiej i od kilkunastu lat prowadzi zajęcia z matematyki dla studentów zarządzania. Jest autorem kilku podręczników dla studentów kierunków ekonomicznych, między innymi „*Elementy matematyki finansowej z wybranymi metodami informatycznymi*”, „*Równania różniczkowe i różnicowe w zarządzaniu z elementami metod numerycznych*”. Omawiana tu książka jest zatem napisana z punktu widzenia praktyki dydaktycznej, w oparciu o wieloletnie doświadczenie. Jest to kolejna wersja tego podręcznika, w której uwzględniono ostatnie zmiany programowe w treści nauczania przedmiotu matematyka na kierunku zarządzanie.

Wiele książek dla studentów kierunków niematematycznych pisana jest przez autorów, uważających, że matematyka jest jedna, że macierz, pochodna funkcji jest taka sama dla matematyka, ekonomisty, geologa, czy fizyka. Widać na pierwszy rzut oka, że w tej książce tak nie jest. Jest to właśnie matematyka dla studentów zarządzania. Świadczy o tym nie tylko omówienie wielu przykładów z ekonomii, ale także pogłądowe podejście do opisywanych pojęć matematycznych.

Warto wspomnieć, że książka zawiera też tematy i przykłady, wykraczające poza granice materiału podstawowego. Będą one przydatne dla studentów bardziej zainteresowanych omawianymi metodami matematycznymi, stosowanymi w zarządzaniu.

W pierwszym rozdziale przypomniane są podstawowe własności rachunku zdań, rachunku zbiorów, także przydatne wzory i własności liczb rzeczywistych.



Jest to bardzo wygodne dla studenta, korzystającego z książki, gdy ma pod ręką wiadomości, do których odwołuje się autor w dalszych częściach.

W drugim rozdziale autor przypomina pojęcie funkcji. Omawiane są funkcje elementarne, ich własności. Autor dużą uwagę poświęca wykresom funkcji i graficznemu przedstawianiu ich własności, co jest szczególnie ważne dziś, gdy metody graficzne w różnego rodzaju prezentacjach są tak rozpowszechnione. Funkcje ilustrowane są przykładami ich zastosowań, np. funkcja wykładnicza modelem opisującym narastanie spadającej lawiny. Przy omawianiu funkcji liniowych i kwadratowych przedstawione są jednocześnie podstawowe modele zależności popytu i podaży towaru od ceny oraz wyprowadzania równań równowagi.

W rozdziale trzecim przedstawiona jest teoria ciągów liczbowych, monotoniczność, ciągi arytmetyczny i geometryczny. Zastosowanie tych pojęć zilustrowa-

ne jest przykładami oprocentowań lokat i kredytów, oprocentowaniem prostym i składanym. W dalszej części omówione są pojęcia granicy i jej własności. Autor wprowadza też liczbę  $e$  w bardzo poglądowy sposób, jako granicę oprocentowania składanego przy rosnącej ilości podokresów naliczania odsetek.

Następne dwa rozdziały poświęcone są rachunkowi różniczkowemu funkcji jednej zmiennej. Przypomniane jest znane z liceum pojęcie ciągłości. Dużo uwagi poświęca autor pokazaniu zastosowania własności Darboux do przybliżonego rozwiązywania równań. Dzięki temu czytelnik, który nie jest matematykiem, widzi sens rozważania funkcji ciągłych i ich przydatność w praktyce. Wprowadzając definicję pochodnej, autor przedstawia jej interpretacje w ekonomii, jako koszty krańcowe, podaż krańcową i.t.p. Omawia też ważne w ekonomii pojęcie elastyczności funkcji i jej przydatność w szacowaniu zmian funkcji. Osobna część poświęcona jest modelowi Domara, opisującemu zależności między strumieniem dochodów, strumieniem inwestycji, kapitałem i zdolnościami produkcyjnymi. W poglądowy sposób autor omawia różne aspekty tego modelu, między innymi problem stanu równowagi, czyli maksymalnego wykorzystania zdolności produkcyjnych. Pokazuje też pewną niedoskonałość tego modelu, co może zachęcić zainteresowanego problemem studenta do dalszych poszukiwań w literaturze.

W dalszej części tych rozdziałów omówione są zastosowania pochodnych pierwszego i drugiego rzędu do badania własności funkcji. Twierdzenia te są ilustrowane interesującymi przykładami, mającymi praktyczne zastosowanie. Między innymi przedstawiona jest optymalizacja kosztów transportu, gdy przebiega on częściowo drogą lądową, częściowo wodną.

Kolejny rozdział poświęcony jest całce funkcji jednej zmiennej. Tutaj też pojęcie całki jest zilustrowane praktycznymi przykładami z ekonomii. Omówione są podstawowe metody obliczania całek nieoznaczonych i oznaczonych a także całki niewłaściwe, których znajomość będzie konieczna przy nauce statystyki.

W rozdziale siódmym przedstawione są elementy algebry liniowej. Przed definicjami autor opisuje model liniowy rynku wielu dóbr, co pozwala w sposób naturalny przejść do definicji macierzy i układów równań. Omówione są operacje na macierzach, wyznaczniki macierzy kwadratowej i zastosowanie tych pojęć do rozwiązywania i badania układów równań. Przedstawiono metody wzorów Cramera, macierzy odwrotnej, tzw. Kroneckera-Capelli oraz dokładnie metodę operacji elementarnych. Każda metoda zilustrowana jest szczegółowo przykładami. Na końcu zastosowano powyższe metody w badaniu ekonomicznego modelu nakładów i wyników Leontiefa. Należy dodać, że rozdział ten jest pomysłowo wzbogacony o podrozdziały z \*, dotyczące przestrzeni i przekształceń liniowych. Można je spokojnie pominąć przy czytaniu książki. Dzięki nim jednak bardziej zainteresowa-

ny problematyką czytelnik zyskuje pełniejsze spojrzenie na operacje macierzowe i pochodzenie różnych zależności i wzorów.

Następny rozdział poświęcony jest funkcjom wielu zmiennych. Na początku autor podaje kilka praktycznych zagadnień prowadzących do takich funkcji, jako motywację dalszych rozważań. Część ta jest wzbogacona o ilustracje, wspomagające wyobraźnię czytelnika. W dalszej części przedstawiony jest rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych. Jego zastosowanie jest bogato zilustrowane praktycznymi zagadnieniami optymalizującymi. Osobna część poświęcona jest metodzie najmniejszych kwadratów. Autor omawia jej schemat ogólny a następnie konkretny przykład jej zastosowania w szacowaniu przyszłego popytu na pewien towar. Podany jest także algorytm, stosujący tę metodę.

W kolejnym rozdziale opisane są pojęcia i metody związane z równaniami różniczkowymi zwyczajnymi. Na wstępie omówiono praktyczne zagadnienia prowadzące do nich, zmianę kapitału przy zmiennej stopie procentowej, model popytu i podaży w sytuacji, gdy wzrost ceny jest proporcjonalny do nadwyżki popytu nad podażą. Następnie podane są metody rozwiązywania równania o zmiennych rozdzielonych i liniowego pierwszego rzędu. Metody te są zilustrowane wieloma praktycznymi problemami, pozwalającymi lepiej zrozumieć je i ich przydatność. Przedstawiono także zagadnienia równowagi, stabilności i jakościowej analizy rozwiązań. Ten ostatni problem zilustrowano modelem wzrostu Solowa, opisującym zależność funkcji produkcji od kapitału i pracy. Przedstawiono różne przypadki zależności, ilustrując je poglądowymi rysunkami. Następna część poświęcona jest układom równań liniowych o stałych współczynnikach. Bardzo dokładnie przedstawiono sposób ich rozwiązywania a następnie kilka praktycznych ekonomicznych przykładów ich zastosowania.

Na uwagę zasługuje szczegółowo przedstawiony dynamiczny model nakładów i wyników, będący uogólnieniem wcześniej omawianego modelu Leontiefa oraz model popytu i podaży dla dwóch towarów Walrasa. Przykłady te bardzo dobrze ilustrują praktyczne modelowanie procesów ekonomicznych układami równań różniczkowych zwyczajnych i ich rozwiązywanie.

W ostatnim rozdziale omówiono równania różnicowe, modelujące zjawiska z czasem dyskretnym. Zagadnienie przedstawione jest w oparciu o modele ekonomiczne takie, jak modele różnicowe popytu i podaży, z czasem dostosowania, z magazynowaniem. Na koniec autor omawia jakościowe podejście do nieliniowych równań różnicowych.

Należy tu jeszcze raz podkreślić, że w całej książce wszystkie definicje i zagadnienia są bogato ilustrowane praktycznymi przykładami. Na końcu każdego podrozdziału zamieszczone są przykłady do samodzielnego rozwiązania. Na końcu

książki umieszczone są odpowiedzi, pozwalające zweryfikować uzyskany wynik. Dzięki temu student może sam sprawdzić zrozumienie przeczytanego materiału.

Jest jeszcze jeden powód, aby zainteresować się tym podręcznikiem. Wielu studentów zarządzania po zdaniu matematyki ma z nią mniejszy kontakt. Podręcznik ten przez omówienie szerokiej sfery zagadnień polecam jako pewnego rodzaju poradnik matematyczny. Gdy po pewnym czasie student odczuje potrzebę przypomnienia pewnych pojęć matematycznych, na pewno znajdzie je tutaj w zwięzłej i jednocześnie poglądowej postaci.

Podręcznik ten (jego wcześniejsze wersje) polecano studentom w różnych szkołach i wiadomo, że był on zasadniczą pomocą dla nich w opanowaniu tej niełatwej czasem dziedziny, jaką jest matematyka i jej zastosowanie. Poprzez poglądowe wprowadzenie pojęć i dużą ilość przykładów jest on „przyjazny” dla czytelnika, który nie jest studentem matematyki. Dzięki omówieniu wielu modeli ekonomicznych może on też być ciekawy dla matematyków, którzy chcą poznać zastosowanie studiowanych przez nich metod, a także dla matematyków, prowadzących zajęcia na kierunkach ekonomicznych.